| 受験番号 | 番 | 得点 | |
|---|---|---|---|

第 1 回　大阪府公立高等学校入試模擬

# 数学採点資料〔C問題〕

| | | 解答 | 配点 | 注意事項 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | (1) | $\dfrac{2}{a^2b^3}$ | /4 | |
| | (2) | $9+6\sqrt{6}$ | /4 | |
| | (3) | $(ab+2)(2a-b)$ | /4 | |
| | (4) | $x=-\dfrac{5}{2}$ , $x=-5$ | /4 | 他の表現でも内容が正しければよい。 |
| | (5) | ア　イ　ウ　エ　オ（ア・ウ） | /6 | |
| | (6) | $\dfrac{7}{18}$ | /6 | |
| | (7) | $a=\dfrac{15}{16}$ | /6 | |
| | (8) | （求め方）<br>2けたの自然数で最大公約数が 33 となるのは，<br>(A，B)＝(33，66)，(33，99)，(66，99)の 3 通り。<br>A＝33，B＝66 のとき，$\dfrac{m+n}{11}=33$，$\dfrac{666-n}{3}=66$<br>$m+n=363$…㋐　$666-n=198$…㋑<br>㋐，㋑より，$m=-105$，$n=468$ となり適さない。<br>A＝33，B＝99 のとき，$\dfrac{m+n}{11}=33$，$\dfrac{666-n}{3}=99$<br>$m+n=363$…㋒　$666-n=297$…㋓<br>㋒，㋓より，$m=-6$，$n=369$ となり適さない。<br>A＝66，B＝99 のとき，$\dfrac{m+n}{11}=66$，$\dfrac{666-n}{3}=99$<br>$m+n=726$…㋔　$666-n=297$…㋕<br>㋔，㋕より，$m=357$，$n=369$ となり適している。<br>したがって，$m=357$，$n=369$<br>$m$ の値　357　，$n$ の値　369 | /8 | ・求め方は，他の内容でも正しければよい。<br>・部分点を与える。 |
| | | | /42 | |

| | | | 解答 | 単位 | 配点 | 注意事項 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | (1) | | （証明）<br>EC＝DC，∠ECD＝60°より，△EDC は正三角形になる。<br>よって，∠EDC＝60° ……㋐<br>また，∠ADC＝90°，∠ADH＝60°より，∠CDH＝30°……㋑<br>㋐，㋑より，∠EDH＝30°<br>よって，DH は EC の垂直二等分線で，<br>EL＝LC，∠ELD＝90°<br>△DEL と△GIN において，<br>四角形 LHNC は四つの角が 90°であるから長方形。<br>よって，LH＝CN，LC＝HN であり，<br>これらのことから，EL＝LC＝HN＝IN ……㋒<br>また，DL＝DH－LH＝GC－NC＝GN……㋓<br>∠ELD＝∠ING＝90° ……㋔<br>㋒，㋓，㋔より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，<br>△DEL≡△GIN | | /8 | ・他の証明でも正しければよい。<br>・部分点を与える。 |
| | (2) | ① | $2\sqrt{3}-3$ | cm | /5 | |
| | | ② | $4-2\sqrt{3}$ | cm | /5 | |
| | | ③ | $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ | cm² | /5 | |
| | | | | | /23 | |

| | | | 解答 | 単位 | 配点 | 注意事項 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | (1) | ① | $4x-4\sqrt{2}x+8\sqrt{2}$ | cm | /5 | |
| | | ② | $x=4-2\sqrt{2}$ | | /5 | |
| | (2) | | $3$ | cm² | /5 | |
| | (3) | ① | $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ | cm | /5 | |
| | | ② | $\dfrac{5}{6}$ | 倍 | /5 | |
| | | | | | /25 | |

# 解　説　　第１回　数　学〔C 問題〕

**1** (1)　$-\left(\frac{b}{2a}\right)^3 \div \left(-\frac{1}{4}ab^2\right) \times \left(-\frac{2a}{b^2}\right)^2$

$= -\frac{b^3}{8a^3} \times \left(-\frac{4}{ab^2}\right) \times \frac{4a^2}{b^4}$

$= \frac{b^3\times4\times4a^2}{8a^3\times ab^2\times b^4} = \frac{2}{a^2b^3}$

(2)　$\frac{\sqrt{6}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{6}}{5-2\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$= \frac{\sqrt{6}(5+2\sqrt{6})}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$= \frac{5\sqrt{6}+12}{25-24} - \frac{\sqrt{6}-3}{2-3} = 9+6\sqrt{6}$

(3)　$2a^2b-ab^2+4a-2b$

$= ab(2a-b)+2(2a-b)$

$= (ab+2)(2a-b)$

(4)　$2(x+2)^2+7(x+3)-4=0$

$X=x+2$ とおくと，$2X^2+7(X+1)-4=0$

$2X^2+7X+7-4=0$，$2X^2+7X+3=0$，

$(2X+1)(X+3)=0$

$X$ をおきかえて，$\{2(x+2)+1\}\{(x+2)+3\}=0$

$(2x+5)(x+5)=0$

$x=-\frac{5}{2}$，$-5$

(5)　$-1 \leqq a < 1.5$，$1.5 \leqq b < 2.5$ で，

**ア**　$a$ の最小値は $-1$，$b$ の最小値は 1.5 で，

$a+b$ の最小値は 0.5 だから，つねに正になる。

**イ**　$a$ は 1.5より小さく，$b$ の最小値は 1.5 で，

$a-b$ は 0 より小さくなる。

**ウ**　$a$ は 1.5より小さく，$b$ の最小値は 1.5 で，

$b-a$ は 0 より大きくなり，つねに正になる。

**エ**　$a$ が負の数になる場合があるので，

$ab$ は，正，0，負になる場合がある。

**オ**　$a$ が負の数になる場合があるので，

$\frac{a}{b}$ は，正，0，負になる場合がある。

(6)　奇数の個数が決まれば偶数の個数も決まるので，奇数の個数ごとに $a>b$ になる場合を考える。

すべて奇数の場合は偶数が一つも出ないのだから，$b=0$。このとき，$a>b$ となり，$3\times3\times3=27$(通り)。

奇数が二つ出る場合は次の通り。

「1，1」の場合は残りは偶数でどれも 2 以上だから $a<b$。

「1，3」の場合，$a>b$ になるのは，残りの目が 2 の場合で 6 通り。

「1，5」の場合，$a>b$ になるのは，残りの目が 2 と 4 の場合で $6\times2=12$(通り)。

「3，3」，「3，5」，「5，5」の場合は残りの目が 2，4，6 のどれであっても $a>b$ となる。

「3，3」，「5，5」の場合は $3\times3\times2=18$(通り)，

「3，5」の場合は，$6\times3=18$(通り)。

奇数が一つで他の二つが偶数の場合，$a>b$ となるのは，「5，2，2」のときのみで 3 通り。

以上から，$a>b$ になるのは $27+6+12+18+18+3=84$(通り)ある。三つのさいころを同時にふったときのすべての場合の数は，$6\times6\times6=216$(通り)であるから，$a>b$ となる確率は，$\frac{84}{216}=\frac{7}{18}$

(7)　A$(2,\ 4a)$，C$(c,\ 0)$ $(c>0)$ とおくと B の座標は，B$(-2c,\ 4ac^2)$ となる。

$m$ の傾きは $-\frac{1}{4}$ より，

$\frac{0-4ac^2}{c-(-2c)} = -\frac{1}{4}$

よって，

$ac = \frac{3}{16}$…㋐

$\ell$ の傾きは $\frac{3}{2}$ より，

$\frac{4a-4ac^2}{2-(-2c)} = \frac{4a(1-c^2)}{2(1+c)} = \frac{4a(1+c)(1-c)}{2(1+c)}$

$1+c \neq 0$ より，

$2a(1-c) = \frac{3}{2}$

$2a-2ac = \frac{3}{2}$

㋐を代入すると，

$2a-2\times\frac{3}{16} = \frac{3}{2}$

$a = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+\frac{3}{8}\right)$，$a=\frac{15}{16}$

(8)　2けたの自然数 A，B の組み合わせを実際にあげてみる。

(A，B)$=(33,\ 66)$，$(33,\ 99)$，$(66,\ 99)$ になるので，3 組それぞれについて，与えられた式から $m$ と $n$ を計算し，その結果が「$m$，$n$ が自然数である」という条件を満たしているか確かめる。

**2** (1)　四角形を 60° 時計回りに回転しているので，∠ECD＝∠ADH＝60° であることを利用する。△EDC が正三角形で∠CDH＝∠EDH＝30° から，直線 DH が EC の垂直二等分線であることを導く。四角形 LHNC が長方形であることを利用して「2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい」ことを示せば，三角形の合同が証明できる。

(2)①　△ECD は 1 辺が 2cm の正三角形で DH は EC の垂直二等分線であるから，DL＝$\sqrt{3}$ cm。したがって，

LH＝DH－DL＝$2-\sqrt{3}$ (cm)

四角形 LHNC は長方形だから，LH＝CN

ここで△MNC について，∠MNC＝90°，∠MCN＝60° であるから，

MN＝$\sqrt{3}$ CN＝$\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3$ (cm)

②　CB の延長と EF の交点を O とすると，△OEC は，∠OCE＝30°，∠OEC＝90°。

よって，

OC＝$\frac{2}{\sqrt{3}}$EC＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm)

OB＝OC－BC＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}-2$ (cm)

したがって，△OBK において，

BK＝$\sqrt{3}$ OB＝$\sqrt{3}\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}-2\right)=4-2\sqrt{3}$ (cm)

③　求める図形の面積は，△OEC から△OBK と台形 HMCL の面積をひけばよい。

△OEC＝$\frac{1}{2}\times2\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (cm$^2$)

△OBK＝$\frac{1}{2}\times\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}-2\right)\times(4-2\sqrt{3})$

$=\frac{14\sqrt{3}}{3}-8$ (cm$^2$)

台形 HMCL＝$\frac{1}{2}\times\{1-(2\sqrt{3}-3)+1\}\times(2-\sqrt{3})$

$=8-\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm$^2$)

したがって，求める図形の面積は，

$\frac{2\sqrt{3}}{3}-\left(\frac{14\sqrt{3}}{3}-8\right)-\left(8-\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (cm$^2$)

**3** (1)①　QI＝JK＝LM＝NP＝$x$cm より，△AQI，△BJK，△CLM，△DNP はすべて合同な直角二等辺三角形である。

△AQI について，AI＝AQ＝$\frac{1}{\sqrt{2}}x$ cm となる。

△BJK，△CLM，△DNP についても同様であるから，

JB＝BK＝LC＝CM＝ND＝DP＝$\frac{1}{\sqrt{2}}x$ cm

四角形 ABCD は 1 辺が $2\sqrt{2}$ cm の正方形であるから，

IJ＝KL＝MN＝PQ＝$(2\sqrt{2}-\sqrt{2}x)$ cm

したがって，周の長さは，

$4\times x+4\times(2\sqrt{2}-\sqrt{2}x)$

$=4x-4\sqrt{2}x+8\sqrt{2}$ (cm)

②　QI＝IJ となるから①より，

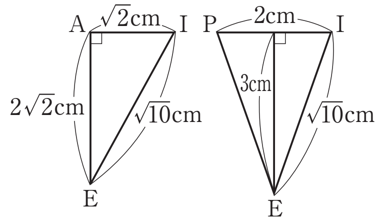
$x=2\sqrt{2}-\sqrt{2}x$

$(1+\sqrt{2})x=2\sqrt{2}$

$x=4-2\sqrt{2}$

(2)　△AIP で，AI＝AP＝$\sqrt{2}$ cm だから，三平方の定理から，

PI＝2 cm




△AEI で三平方の定理を用いて，

IE$^2$＝$(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2$

IE＝$\sqrt{10}$cm

△AEP でも同様に考えると，PE＝$\sqrt{10}$cm

△EPI は二等辺三角形になるから，PI を底辺とみると，高さは，∠E の二等分線の長さになる。三平方の定理から，

$(\sqrt{10})^2-1^2=9$ なので，高さは 3cm となる。

したがって，△EIP の面積は，$\frac{1}{2}\times2\times3=3$ (cm$^2$)

(3)①　三角すい A－EIP の体積は，△AIP を底面，AE を高さとみると，

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(\sqrt{2})^2\times2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (cm$^3$)

また，△EIP を底面とみると，点 A からおろした垂線の長さが高さ $h$ になるから，体積は，

$\frac{1}{3}\times3\times h=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

したがって，

$h=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (cm)

②　もとの立方体の体積を $V_1$ とすると，

$V_1=(2\sqrt{2})^3=16\sqrt{2}$ (cm$^3$)

とり除かれた四つの三角すいの体積の和は，

$4\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (cm$^3$)

残った立体の体積を $V_2$ とすれば，

$V_2=V_1-\frac{8\sqrt{2}}{3}=16\sqrt{2}-\frac{8\sqrt{2}}{3}=\frac{40\sqrt{2}}{3}$ (cm$^3$)

$\frac{V_2}{V_1}=\frac{40\sqrt{2}}{3}\div16\sqrt{2}=\frac{5}{6}$ (倍)