

第1回 大阪府公立高等学校入試模擬
数学採点資料〔B問題〕

	配点	注意事項
1 (1) 12	3	
(2) $-36ab$	3	
(3) $5\sqrt{2} + \sqrt{3}$	3	
(4) $x^2 - 4x - 13$	3	
(5) $b = \frac{3c-a}{2}$	3	
(6) ア イ ウ エ	3	
(7) $\frac{11}{36}$	3	
(8) (求め方) 問題の条件より、 $\triangle ABC$ は $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形である。 A, B はどちらも m 上の点で、 y 座標が等しいので、A と B は y 軸について対称である。A の座標は (2, 1) だから、B の座標は (-2, 1) よって、 $AB = 4$ cm $\triangle ABC$ の面積が 10 cm^2 だから、 $AC = 5$ cm よって、 $1+5=6$ より、C の座標は (2, 6) C は n 上の点だから、 $6 = a \times 2^2$ よって、 $a = \frac{3}{2} \dots \dots \dots (*)$ a の値 $\frac{3}{2}$	6	・求め方は、他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。 ・(*)において、「この a の値は問題に適している。」という記述を省略している。この記述がなくても減点の対象とはしない。
	27	

	配点	注意事項
2 (1) ① (ア) 13	3	
(イ) 25	3	
② $y = 3x + 1$	3	
③ $x = 23$	3	
(2) 100 個	5	
	17	

	配点	注意事項
3 (1) (証明) $\triangle ADE$ と $\triangle EAB$ において AD//BE より錯角は等しいから $\angle DAE = \angle AEB \dots \dots \dots \textcircled{ア}$ AD : EA = 9 : 15 = 3 : 5 $\dots \dots \dots \textcircled{イ}$ EA : BE = 15 : 25 = 3 : 5 $\dots \dots \dots \textcircled{ウ}$ $\textcircled{ア}$, $\textcircled{イ}$, $\textcircled{ウ}$ より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから $\triangle ADE \sim \triangle EAB$	8	・他の証明でも正しければよい。 ・部分点を与える。
(2) ① DE : EC = 5 : 4	3	
② 6 倍	6	
③ 324 cm^2	6	
	23	

	配点	注意事項
4 (1) ① $\frac{14}{3}$ cm	3	
② $\frac{20\sqrt{5}}{3}$ cm^2	6	
(2) (求め方) BC//PQ より、 $AQ : AC = AP : AB = x : 6$ 四角形 ACFD は長方形だから $AC = DF$ より $AQ : DF = x : 6$ $\triangle RDF$ と $\triangle RAQ$ において $DF // AQ$ より $RD : RA = DF : AQ$ $y : (y - 4) = 6 : x$ これを解くと $y = \frac{24}{6-x}$ $y = \frac{24}{6-x}$	8	・求め方は、他の内容でも正しければよい。 ・部分点を与える。
(3) 12 cm^3	6	
	23	

1

(1) $(-12) \div 4 + (-3) \times (-5) = -3 + 15 = 12$

(2) $8ab^3 \div \left(\frac{2}{3}ab\right)^2 \times (-2a^2)$
 $= 8ab^3 \times \frac{9}{4a^2b^2} \times (-2a^2)$
 $= -\frac{8ab^3 \times 9 \times 2a^2}{4a^2b^2}$
 $= -36ab$

(3) $\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + \frac{15}{\sqrt{3}}$
 $= \sqrt{2} \{ (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{2})^2 \} + \frac{15 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(4) $2(x-3)(x+2) - (x+1)^2$
 $= 2(x^2 - x - 6) - (x^2 + 2x + 1)$
 $= 2x^2 - 2x - 12 - x^2 - 2x - 1$
 $= x^2 - 4x - 13$

(5) b について解くので、 $b = \sim$ の式に変形する。

$$c = \frac{a+2b}{3}$$

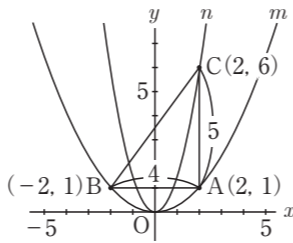
左辺と右辺を入れかえる。 $\frac{a+2b}{3} = c$
 両辺を3倍する。 $a + 2b = 3c$
 a の項を移項する。 $2b = 3c - a$
 両辺を2でわる。 $b = \frac{3c - a}{2}$

(6) 度数が最も多い階級は10分以上15分未満の階級で、階級値は、 $\frac{10+15}{2} = 12.5$ (分)である。中央値(メジアン)は、資料の値を大きさの順に並べたときの中央の値である。15、16番目の値は15分以上20分未満の階級に入っているため、アは誤り。資料の最大の値と最小の値の差を範囲という。度数分布表からは最大の値と最小の値を読みとることはできないが、最小の値が0分であったとしても、最大の値が30分未満より、範囲は30分未満となるため、イは誤り。20分以上25分未満の階級の度数は6だから、相対度数は $\frac{6}{30} = 0.2$ である。よって、エは誤り。

(7) A、B二つのさいころの目の出方は、 $6 \times 6 = 36$ (通り)
 $\frac{1}{2}ab = 8$ 、 $ab = 16$ より、条件を満たすのは、二つのさいころの出る目の数の積が16以上になるときで、
 $(a, b) = (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の11通りである。
 よって、求める確率は、 $\frac{11}{36}$

(8) A、Bはどちらも m 上の点で、 y 座標が等しいので、AとBは y 軸について対称である。また、A、Cは x 座標が等しいので、 $\triangle ABC$ は $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形である。

Aの座標は(2, 1)だから、
 Bの座標は(-2, 1)
 よって、 $AB = 4\text{cm}$
 $\triangle ABC$ の面積が 10cm^2 だから、
 $\frac{1}{2} \times AB \times AC = 10$ より、
 $AC = 5\text{cm}$
 よって、Cの y 座標は $1 + 5 = 6$ より、Cの座標は(2, 6)
 Cは n 上の点だから、 $6 = a \times 2^2$ 、 $4a = 6$ 、 $a = \frac{3}{2}$



2

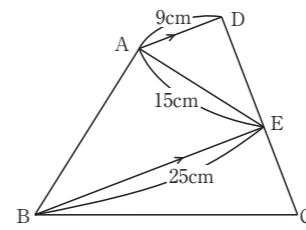
- (1) ① 1番目は4本。
 2番目は横に3本の棒をつないで、7本。
 3番目は横に3本の棒をつないで、10本。
 4番目は横に3本の棒をつないで、13本。
 5番目は横に3本の棒をつないで、16本。
 6番目は横に3本の棒をつないで、19本。
 7番目は横に3本の棒をつないで、22本。
 8番目は横に3本の棒をつないで、25本。

- ② 1番目で使った棒の数は4本で、2番目以降は横に3本の棒をつないで、正方形を作っている。
 棒の数は、1番目の4本に増えた正方形の分だけたすので、
 $y = 4 + 3(x - 1)$ より、 $y = 3x + 1$
 ③ $y = 3x + 1$ に $y = 70$ を代入して、
 $70 = 3x + 1$ 、 $x = 23$

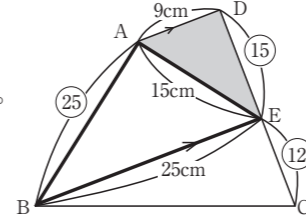
- (2) 立方体の数を x 個、棒の数を y 本、粘土の数を z 個とする。
 1番目で使った棒の数は12本で、2番目以降は横に8本の棒をつないで、立方体を作っている。
 棒の数は、1番目の12本に増えた立方体の分だけたすので、
 $y = 12 + 8(x - 1)$ より、 $y = 8x + 4$
 これに $y = 196$ を代入して、
 $196 = 8x + 4$ 、 $x = 24$
 1番目で使った粘土の数は8個で、2番目以降は横に4個の粘土でつないで、立方体を作っている。
 粘土の数は、1番目の8個に増えた立方体の分だけたすので、
 $z = 8 + 4(x - 1)$ より、 $z = 4x + 4$
 これに $x = 24$ を代入して、
 $z = 4 \times 24 + 4$ 、 $z = 100$

3

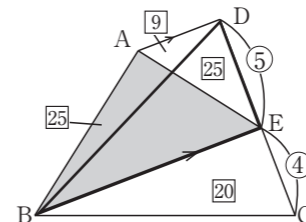
(1) $AD \parallel BE$ より、錯角が等しいことを利用する。また、仮定より、2組の辺の比が等しいことから、 $\triangle ADE$ と $\triangle EAB$ の相似を証明する。



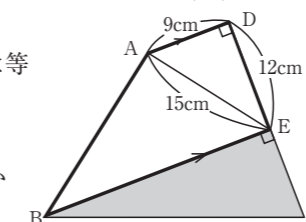
(2) ① (1)より、
 $\triangle ADE \sim \triangle EAB$ で、相似比は3:5である。相似な三角形の対応する辺の比は等しいから、
 $DE : AB = 3 : 5 = 15 : 25$
 $AB : EC = 25 : 12$ より、
 $DE : AB : EC = 15 : 25 : 12$
 よって、 $DE : EC = 15 : 12 = 5 : 4$



② $\triangle ADE \sim \triangle EAB$ で、相似比は3:5より、面積の比は、
 $\triangle ADE : \triangle EAB = 3^2 : 5^2 = 9 : 25$
 $AD \parallel BE$ より、
 $\triangle ABE = \triangle DBE$
 また、 $DE : EC = 5 : 4$ より、
 $\triangle DBE : \triangle BCE = 5 : 4 = 25 : 20$
 よって、四角形ABCD : $\triangle ADE = (9 + 25 + 20) : 9 = 54 : 9 = 6$ (倍)

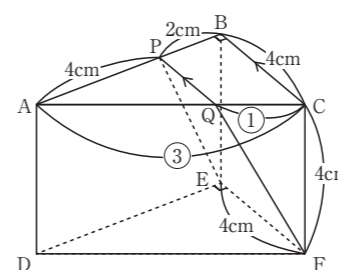


③ $\angle BEC = 90^\circ$ のとき、 $AD \parallel BE$ より、同位角は等しいので、
 $\angle ADE = 90^\circ$
 $\triangle ADE$ は直角三角形だから、三平方の定理より、
 $AE^2 = AD^2 + DE^2$ 、 $DE^2 = 15^2 - 9^2 = 144$ 、
 $DE = 12\text{cm}$
 $\triangle ADE$ の面積は、 $\frac{1}{2} \times 9 \times 12 = 54(\text{cm}^2)$
 ②より、四角形ABCDの面積は、
 $54 \times 6 = 324(\text{cm}^2)$



4

(1) ① $\triangle ABC$ で、
 $AB = 6\text{cm}$ 、
 $BC = 4\text{cm}$ 、
 $\angle ABC = 90^\circ$ だから、三平方の定理より、
 $AC^2 = AB^2 + BC^2$ 、
 $AC^2 = 6^2 + 4^2 = 52$ 、 $AC = 2\sqrt{13}\text{cm}$
 $PQ \parallel BC$ より、 $AC : QC = AB : PB$



よって、 $AC : QC = 6 : 2 = 3 : 1$

$QC = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{13} = \frac{2\sqrt{13}}{3}(\text{cm})$

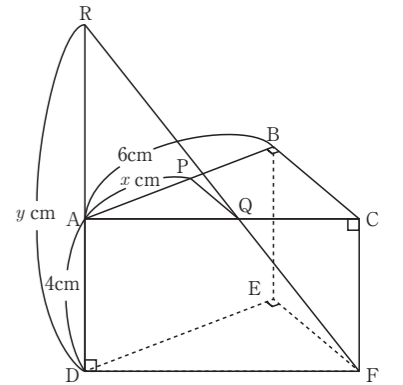
$\triangle QCF$ で、
 $\angle QCF = 90^\circ$ だから、三平方の定理より、
 $QF^2 = QC^2 + CF^2$ 、
 $QF^2 = \left(\frac{2\sqrt{13}}{3}\right)^2 + 4^2 = \frac{196}{9}$ 、 $QF = \frac{14}{3}\text{cm}$

② $PQ \parallel BC$ より、 $BC : PQ = AB : AP = 3 : 2$ だから、

$PQ = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}(\text{cm})$
 $\triangle BEP$ で、三平方の定理より、
 $PE^2 = BP^2 + BE^2$ 、 $PE^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ 、
 $PE = 2\sqrt{5}\text{cm}$
 四角形PQFEは台形だから、
 $\frac{1}{2} \times \left(\frac{8}{3} + 4\right) \times 2\sqrt{5} = \frac{20\sqrt{5}}{3}(\text{cm}^2)$

(2) $BC \parallel PQ$ より、

$AQ : AC = AP : AB = x : 6$
 四角形ACFDは長方形だから
 $AC = DF$ より、
 $AQ : DF = x : 6$
 $\triangle RDF$ と $\triangle RAQ$ において、
 $DF \parallel AQ$ より、
 $RD : RA = DF : AQ$
 $y : (y - 4) = 6 : x$
 これを解くと、 $y = \frac{24}{6 - x}$



(3) DA 、 EP 、 FQ を延長した交点をSとする。三角すいS-APQとS-DEFは相似で、相似比は1:2であるから、体積の比は $1^3 : 2^3 = 1 : 8$ である。よって、立体APQ-DEFの体積は、

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 8 \times \frac{7}{8} = 28(\text{cm}^3)$

立体A-PQFEの体積は、立体APQ-DEFの体積から三角すいA-DEFの体積をひいて、

$28 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 4 = 12(\text{cm}^3)$

